

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - Mardi 12 mars 2019

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

**Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.**

Exercice n°1

A la bonne heure, l'escape game !

6 points

Pour déverrouiller la dernière porte d'un « escape game » un groupe d'amis doit régler les horloges de 4 pièces différentes, chacune sur une heure entière (1h, 2h, 3h, ..., 12h). Malheureusement, ils n'ont pas encore résolu la dernière énigme leur permettant de trouver les heures des 4 horloges.

En effet, alors qu'il leur reste seulement 14 minutes, ils ont recueilli les informations suivantes :

- l'heure de l'horloge de la pièce principale est un nombre premier (nombre entier strictement supérieur à 1 ayant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même) ;

- les heures des trois autres pièces sont trois nombres entiers consécutifs.



Romain pense, qu'avec ces renseignements, ils ont le temps de tester toutes les possibilités pour sortir à coup sûr alors que Tiphaine pense que, même à raison de seulement 3 secondes par combinaison testée, ils n'auront pas le temps et qu'il leur faut absolument trouver la dernière énigme. Qui a raison ?

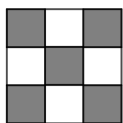
Exercice n°2

5 chocolats³ en boîte²

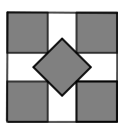
8 points

La confiserie Pick veut vendre ses délicieux chocolats par 5 dans des petites boîtes en bambou. Les chocolats sont des cubes de 3 cm de côté. La boîte est à base carrée et de hauteur 3 cm.

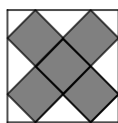
Pour cela chacun des 3 employés soumet un projet esthétique de disposition des chocolats.



Projet de
Yann



Projet de
Catherine



Projet de
Jérôme

Pour des raisons écologiques et économiques, on souhaite que la base carrée soit la plus petite possible.
Quel projet va-t-on retenir ?

Exercice n°3

Il faut qu'un tiroir soit ouvert ou fermé

8 points

Trois cents personnes font la queue devant un bloc de trois cents tiroirs fermés numérotés de 1 à 300.

- La première personne ouvre tous les tiroirs.
- La deuxième personne ferme tous les tiroirs qui portent un numéro pair et ne touche pas aux autres.
- La troisième s'intéresse aux tiroirs dont les numéros sont des multiples de 3 : si un tel tiroir est ouvert elle le ferme, s'il est fermé elle l'ouvre.
- La quatrième s'intéresse aux tiroirs dont les numéros sont des multiples de 4 : si un tel tiroir est ouvert elle le ferme, s'il est fermé elle l'ouvre.
- Et ainsi de suite jusqu'à la 300^e personne.

1. A la fin, le tiroir portant le numéro 12 est-il ouvert ou fermé ?
2. Donner la position finale des 20 premiers tiroirs.
3. Combien y-a-t-il de tiroirs ouverts et quels sont-ils ?

Exercice n°4**Le peintre 10 traits****6 points**

1. Un artiste peintre cherche à obtenir une couleur « framboise sauvage ». Pour ceci, il cherche dans un nuancier et il trouve qu'il faut 1 part de blanc de titane et 4 parts de rose permanent.
Il fait un premier essai, mais comme il est distrait, il se trompe. Une part de blanc et cinq parts de rose, évidemment, c'est trop foncé!
Il essaie de rectifier en rajoutant deux parts de blanc et deux parts de rose à son premier mélange. Cela ne lui convient toujours pas. Il décide donc de s'en tenir aux indications précises du nuancier.
Combien de parts de rose et de blanc doit-il rajouter au mélange obtenu au second essai pour obtenir la bonne couleur « framboise sauvage » ? (*chaque part représente une même quantité*)
2. Cette fois, il veut obtenir la couleur « lavande ». Il faut 6 parts de blanc de titane, 2 parts de violet de cobalt et 1 part de bleu permanent. Et comme dans le premier cas « il se mélange les pinceaux » :
il met 2 parts de blanc, 6 parts de bleu et 1 part de violet.
Comment rectifier ?

Exercice n°5**La belle échappée !****6 points**

Lors d'une sortie, deux amis cyclistes Florence et Olivier roulent à la vitesse de 24 km/h. Florence s'échappe à la vitesse de 42 km/h mais Olivier ne change pas de rythme et reste à 24 km/h. Dix minutes après s'être échappée, Florence fait demi-tour et repart rejoindre Olivier à la vitesse de 36 km/h.
Quelle distance chacun a-t-il parcouru seul ?

**Exercice n°6****(i) Les tréteaux pour mettre la table****9 points**

En prévision d'un repas de famille, Victor a acheté une planche en bois et deux tréteaux pour ajouter à la table en plastique qu'il possède déjà. Le problème, c'est qu'une fois installées côte à côte, les deux tables n'ont pas la même hauteur.



L'épaisseur de la planche en bois est de 2 cm. Chaque tréteau a deux pieds obliques d'une longueur de 76 cm. La partie métallique qui relie les deux pieds du tréteau mesure 20 cm et elle est fixée sur chaque pied à 41 cm du sommet des pieds des tréteaux. La table en plastique a des pieds perpendiculaires au plateau qui mesurent 65 cm de long et son plateau en plastique a une épaisseur de 5 cm.

Il se demande donc comment faire pour que les deux tables aient la même hauteur. Il ne peut pas modifier la table en plastique donc la seule solution c'est de modifier les tréteaux. Après réflexion, il voit 3 options possibles.

1ère option : comme il est bricoleur, remplacer la barre métallique par une autre barre de la bonne longueur fixée au même endroit pour que les deux tables aient la même hauteur. Quelle doit être la longueur de la nouvelle barre ?

2ème option : dévisser la barre métallique existante et la visser, horizontalement, au bon endroit sur les pieds du tréteau pour que les deux tables aient la même hauteur. A quelle distance du sommet des pieds du tréteau doit-il visser la barre métallique ?

3ème option : couper les pieds des tréteaux à la bonne longueur pour que les deux tables aient la même hauteur. De quelle longueur doit-il raccourcir les tréteaux ?



Exercice n°7

Mise en boîte de la pâte

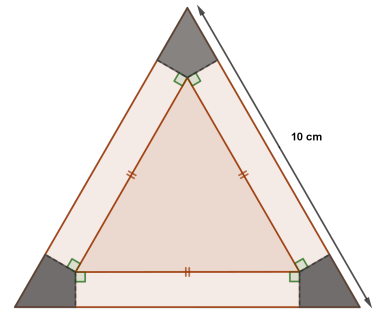
8 points

Pour concurrencer le célèbre cognac d'Orléans, la confiserie Pick a créé une pâte de fruit originale.

Elle décide de la vendre dans une boîte triangulaire sans couvercle.

La boîte est conçue à partir d'une feuille de peuplier ayant la forme d'un triangle équilatéral de 10 cm de côté. Le patron ci-contre est pris comme modèle de base.

La boîte est obtenue en découpant les parties en gris foncé et en repliant les rectangles à la verticale pour en former les bords.



Quelle est la hauteur de la boîte permettant d'obtenir le plus grand volume possible?

Dessiner, à taille réelle, puis découper et coller sur votre feuille réponse le patron correspondant.

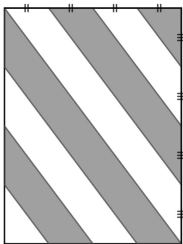
Exercice n°8

L'enseigne du barbier en noir et blanc

10 points

Gilles le barbier, souhaite réaliser la partie centrale de son enseigne lumineuse.

Pour la réaliser, il dispose d'un cylindre de 80 cm de hauteur et de 20 cm de diamètre sur lequel il compte coller une feuille plastique rectangulaire aux bonnes dimensions. Sur celle-ci, il veut placer des bandes adhésives blanches et noires de même largeur, pour obtenir une figure semblable à celle indiquée ci-dessous.



1. Préciser les dimensions réelles de la feuille rectangulaire utilisée et la dessiner à l'échelle $\frac{1}{10}$.
2. Calculer la largeur des bandes adhésives à utiliser.
3. Il dispose de deux rouleaux de bandes adhésives (de la bonne largeur), un noir et un blanc, chacun de 2,20 m de long. Pourra-t-il réaliser son enseigne?

Exercice Informatique-Algorithmique

Un impair ou un pair : on perd !

12 points

Le jeu de dé Ralmat se joue avec un dé en forme de dodécaèdre régulier dont les 12 faces sont numérotées de 1 à 12. Chaque joueur commence la partie avec 0 point et le gagnant est celui qui a le maximum de points.

Tant que la partie n'est pas finie le joueur relance le dé et cumule les points (positifs ou négatifs) en respectant la règle ci-dessous.

- **Si** la face du dé est strictement supérieure à 6 **alors**
si le nombre est pair alors on gagne 2 points et si le nombre est impair alors la partie est finie.
- **Si** la face du dé est strictement inférieure à 6 **alors**
si le nombre est pair alors la partie est finie et si le nombre est impair alors on gagne 1 point.
- **Si** la face du dé est égale à 6 **alors** on perd 1 point.

1. Le premier joueur obtient la séquence suivante : 8, 6, 5, 3 et 11. Combien de points a-t-il marqué?
2. Le second joueur prétend avoir marqué 5 points avec la séquence : 5, 12, 6, 8, 9 et 3. Est-ce possible?
3. Concevoir un programme Scratch ou Python qui simule la partie d'un joueur et donne la séquence des faces des dés et le score obtenus.

Aide Scratch : L'opérateur **nombre aléatoire entre 1 et 12** renvoie un nombre aléatoire entier entre 1 et 12.

L'opérateur **modulo 2** avec comme second argument le nombre 2, renvoie 0 si le premier argument est pair et 1 sinon.

Aide Python : Après avoir mis la commande **from random import*** en début de script, la commande **randint(1,12)** renvoie un nombre aléatoire entier entre 1 et 12.

La commande **%2** renvoie 0 si le nombre précédent la commande **%2** est pair et 1 si il est impair.

Consigne : Enregistrer votre programme, même non terminé, sur la clef USB sous le nom :
numéro département - nom d'établissement - classe.