

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - 2^{de}

Décembre 2015

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.
Bon courage et rendez-vous le 15 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

Ça ne tourne pas rond !

5 points

Par rapport à la case grisée 1 :

- le nombre 10 est 1 case à droite et 2 cases en haut ;
- le nombre 16 est 2 cases à gauche et 1 case en bas.

En poursuivant l'enroulement de la même façon, préciser la position du nombre 2015 par rapport à la case grisée 1 .

13 ←	12 ←	11 ←	10	↑
↓			↑	↑
14	3 ←	2	9	↑
↓	↓	↑	↑	↑
15	4	1	8	↑
↓	↓		↑	↑
16	5 →	6 →	7	↑
↓				↑
17 →	18 →	19 →		↑

Exercice n°2

Le Carré de POLYBE

5 points



	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	J
3	K	L	M	N	O
4	P	Q	R	S	T
5	U	V	X	Y	Z

Polybe, un historien grec (vers 200 – 125 av. J.-C.), est à l'origine du premier procédé de chiffrement par substitution. C'est un système de transmission basé sur un carré de 25 cases. Chaque lettre peut être ainsi représentée par un groupe de deux chiffres : celui de sa ligne suivi de celui de sa colonne.

Ainsi : "E" = 15, "U" = 51, "N" = 34 ...

Mais ce codage est peut-être un peu simple. On décale alors l'alphabet avec un mot de passe... Par exemple, si le mot de passe est ELECTRICITE, on commence à remplir le carré avec les lettres de ce mot, en ne gardant que la première occurrence de chaque lettre, ce qui donne E L C T R I, puis on complète le tableau avec les lettres inutilisées dans l'ordre alphabétique.

(voir ci-contre)

Le W n'est pas utilisé. Au besoin, on emploie le V à sa place.

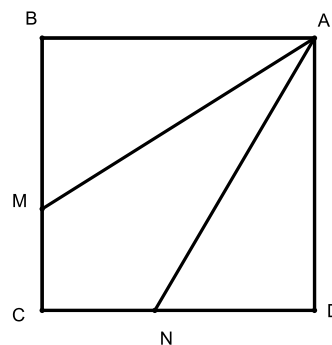
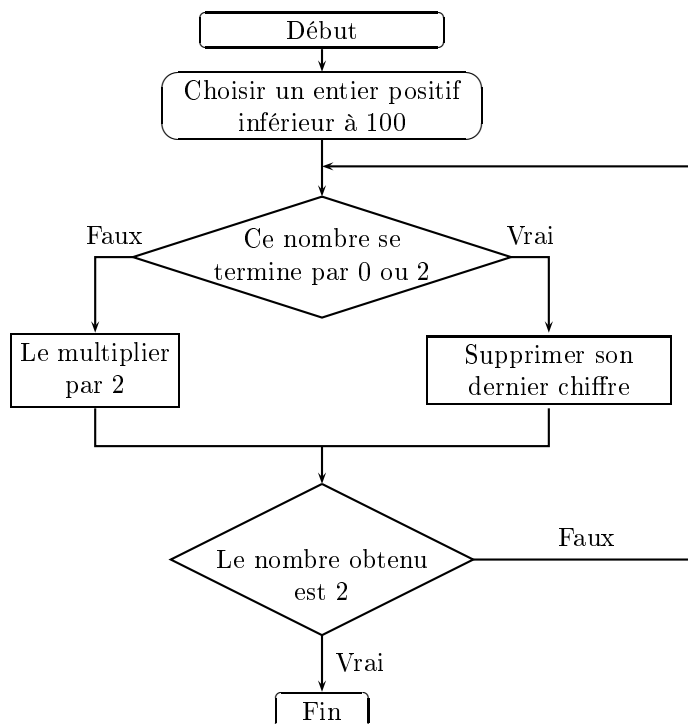
	1	2	3	4	5
1	E	L	C	T	R
2	I	A	B	D	F
3	G	H	J	K	M
4	N	O	P	Q	S
5	U	V	X	Y	Z

Que se cache-t-il derrière le message chiffré ci-dessous ? Pour le découvrir, il faut le SESAME.

41153212214531234244121431124422123413213413111112

Exercice n°3**Un puits pour trois****8 points**

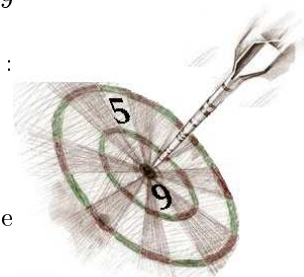
Trois frères ont hérité d'un champ carré de 120 m de côté, qu'ils veulent se partager comme indiqué sur la figure car un point d'eau se trouve en A. Où placer le point M sur le segment [BC] et le point N sur le segment [CD] pour que les superficies des trois parcelles soient égales ? Comparer les périmètres des trois parcelles obtenues.

**Exercice n°4****Quitte ou double****8 points**

1. Appliquer cet algorithme aux entiers 19 et 29.
2. L'appliquer à l'entier 43. Que remarque-t-on ?
3. Déterminer tous les entiers compris entre 1 et 100 pour lesquels l'algorithme « tourne » indéfiniment.

Exercice n°5**Un exercice bien ciblé****5 points**

1. On peut lancer autant de fléchettes que l'on veut sur cette cible. On marquera 5 ou 9 points à chaque lancer. Bien sûr, tous les scores sont des nombres entiers et certains scores sont impossibles : 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 par exemple.
 - (a) Peut-on obtenir les scores suivants : 21 ? 44 ?
 - (b) Existe-t-il un plus grand score que l'on ne puisse pas atteindre ?
2. Si au lieu de 5 et 9, on choisit 6 et 8, existe-t-il un plus grand score que l'on ne puisse pas atteindre ?
3. Si au lieu de 5 et 9, on avait 2 et 3, quel serait le plus grand score que l'on ne puisse pas atteindre ?



Exercice n°6**De quoi prendre de la hauteur****12 points**

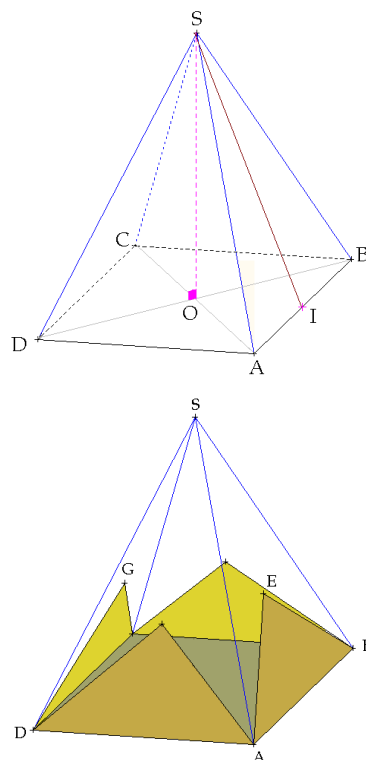
On considère une pyramide régulière $SABCD$ de sommet S et dont la base est un carré $ABCD$ de centre O , de 4 cm de côté.

- Sur la face SAB , on trace un triangle ABE de telle sorte que si on le découpait pour le rabattre sur la base, le point E coïnciderait avec le centre O du carré $ABCD$.

On trace sur les trois autres faces triangulaires de la pyramide, trois autres triangles CBF , CDG et ADH superposables à ABE de telle sorte que si on découpait les quatre triangles pour les rabattre sur la base, ils reformeraient le carré de base.

- De plus, on suppose que $EG = 2$ cm.
- On admettra que les points E, F, G et H sont dans un même plan horizontal.

1. Calculer la valeur exacte de la hauteur SI du triangle SAB .
2. Tracer en vraie grandeur un patron de cette pyramide avec les quatre triangles dessinés sur les faces.
3. Calculer la valeur exacte de la hauteur SO de cette pyramide.

**Exercice n°7****Can you light my lantern ?****5 points**

Three white candles and two blue candles can be placed in different ways around a candelabra. (see below).



If the candles are placed at random, find the probability that the three white candles will be adjacent.

Exercice n°8**A la recherche du blé pas cher !****8 points**

Une équipe d'ingénieurs agronomes doit expérimenter une nouvelle variété de semences de blé.

Pour cette expérimentation, l'équipe est à la recherche d'un terrain rectangulaire devant contenir :

- la zone de culture expérimentale rectangulaire d'une surface de 600 m^2
- la zone de sécurité qui entoure la zone de culture expérimentale comme indiqué sur le schéma ci-contre.

Pour des raisons budgétaires, l'équipe souhaite acheter un terrain ayant la plus petite aire possible.

Quelles sont les dimensions de ce plus petit terrain ?

