

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - 2^{de}

Mardi 15 mars 2016

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°0

Questionnaire culturel

10 points

Compléter la feuille annexe à rendre avec les feuilles réponses.

Exercice n°1

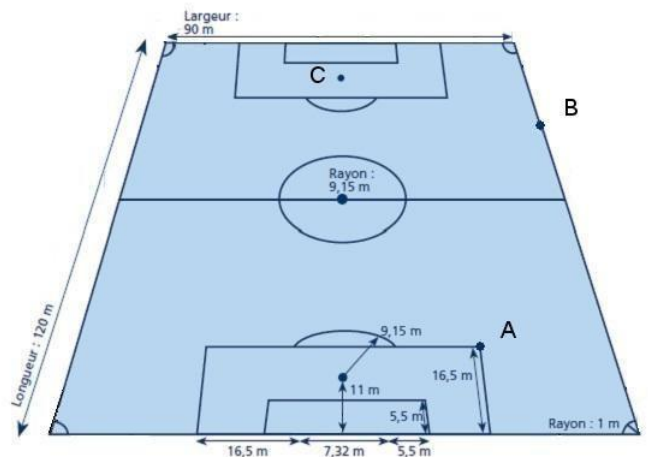
Les lignes du terrain

8 points

Jérôme et son collègue Florent sont jardiniers pour un club de football. En début de saison, la pelouse est refaite. Ils doivent donc refaire le traçage total du terrain.

1. Reproduire à l'échelle 1/300 la moitié de ce terrain de football avec toutes ses lignes, ce qui correspond au camp d'une équipe.
2. Quelle est la longueur totale des lignes à tracer par les deux jardiniers? (arrondir au dm près)
3. Le terrain est prêt à recevoir les joueurs, l'entraînement peut commencer.

L'entraîneur souhaite travailler un schéma tactique particulier dans lequel un joueur A envoie le ballon sur un joueur B placé sur la ligne de touche qui doit ensuite l'envoyer au joueur C placé au point de pénalty adverse. Où le joueur B doit-il se placer sur la ligne de touche pour que le ballon parcourt le minimum de distance possible?



Exercice n°2

C'est une grille en somme

8 points

Positive integers are placed on grids three by three according to the following principle : three numbers placed on the same horizontal line or on the same vertical column or on the same diagonal are such as the one in the middle is equal at half of the sum of the two others.

1. By applying this principle, complete the following grid.

7		3
12		

2. Determine the sum of the nine numbers of the following grid according to the same principle.

	9	
	25	

3. Always with the same principle, complete the following grid.

	7	
9		
		20

Exercice n°3**Les aventuriers de $\rho\lambda$** **5 points**

Sur l'île de $\rho\lambda$, deux équipes de 8 joueurs s'affrontent dans différents jeux qui ont lieu tous les trois jours. A l'issue de chaque jeu un joueur est éliminé.

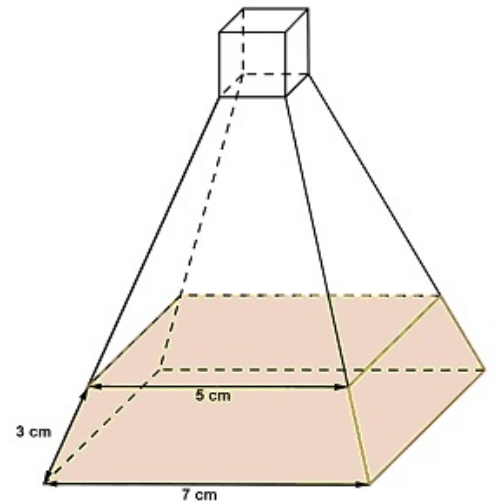
Au début de l'aventure, est distribué à chaque équipe un sac de 6 kg de riz. Le premier jeu a lieu 3 jours après. Quand il reste 8 joueurs, les deux équipes n'en forment plus qu'une seule et le riz est mis en commun. Le jeu s'arrête quand il reste deux joueurs.

Quelle est la quantité quotidienne de riz que pourra manger un candidat sachant que du premier au dernier jour de l'aventure, tous les candidats mangeront la même quantité de riz et que tout joueur une fois éliminé ne mange plus de riz.

**Exercice n°4****Qui a raison ?****12 points**

Un flacon de parfum est constitué à partir d'une pyramide régulière à base carrée de côté 7 cm, tronquée en son sommet. Le bouchon du parfum qui est posé sur la pyramide tronquée est un cube. Ce flacon est largement entamé. Christelle affirme à Laëtitia qu'il reste assez de parfum dans le flacon pour se parfumer pendant un an à raison de quatre pulvérisations tous les matins. Laëtitia qui pense que ce n'est pas vrai a pris des mesures sur le flacon. Elles sont indiquées sur le schéma ci-contre. Elle a aussi trouvé sur internet qu'une pulvérisation envoie dans l'atmosphère environ 0,07 mL de parfum à chaque fois.

Qui a raison ?

**Exercice n°5****Le codage Fairplay de Playfair****8 points**

Le codage Playfair, a été popularisé par Lyon Playfair, mais il a été inventé par Sir Charles Wheatstone, un des pionniers du télégraphe électrique. Ce codage nécessite une grille 5×5 contenant 25 lettres.

Pour la créer, on utilise les 26 lettres de l'alphabet auxquelles on enlève le W et on place les 25 lettres restantes dans un ordre que l'on choisit dans une grille 5×5 vierge. Pour le codage, on remplace les W du texte par des V.

Le texte à coder est d'abord découpé en groupes de deux lettres à partir de la première.

Si le nombre de lettres du texte est impair alors on ne code pas la dernière lettre. Ensuite, on code chaque couple de lettres en utilisant le principe décrit ci-dessous avec la grille donnée en exemple.

- a Si deux lettres sont sur la même ligne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement à leur droite. Exemples : FJ sera remplacé par US et VE par EC.
- b Si deux lettres sont sur la même colonne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement en dessous. Exemples : BJ sera remplacé par JL et RM par ID.
- c Si les deux lettres sont identiques, on les considère comme étant sur la même ligne, on prend donc, deux fois la lettre qui suit à droite. Exemples : AA sera remplacé par RR et ZZ par BB.
- d Si les deux lettres ne sont ni sur la même colonne ni sur la même ligne, elles sont donc sur les coins d'un rectangle, elles sont alors codées par les deux lettres figurant sur les deux autres coins du rectangle. La première des deux lettres codées est sur la même ligne que la première lettre à coder. Exemples : OK devient VA, BI devient DC, GO devient YV.

B	Y	D	G	Z
J	S	F	U	P
L	A	R	K	X
C	O	I	V	E
Q	N	M	H	T

Mathilde et Maëlle utilisent ce système de codage avec la grille ci-dessus pour communiquer en toute discrétion.

1. Aider Maëlle à coder le message suivant : JE PEUX JOUER DEMAIN MATIN
2. Décoder le message que Mathilde lui a envoyé en réponse : PCYIOFSRMIITOPZIEIMIS
3. Les filles ont dû changer leur grille de codage. Mathilde envoie JTFDXQSXEKKQIYRKLKLU qui veut dire PEUT ETRE SAMEDI SOIR. Compléter la grille ci-contre pour trouver la grille de codage utilisée par Mathilde.

		Z		
X				E
L	N			
O	C	M		
H	P	G	V	

Exercice n°6**Du vert au rouge****5 points**

Un jeu sur tablette tactile est basé sur un carré quadrillé dont les cases carrées peuvent prendre la couleur verte ou la couleur rouge. Lorsqu'on touche une case du doigt, la case touchée et les cases qui ont un côté commun avec elle changent de couleur. Celles qui n'ont aucun côté commun avec elle gardent leur couleur (y compris celles qui ont un sommet commun avec elle mais aucun côté commun).

En début de partie, toutes les cases sont rouges. Le joueur a gagné quand toutes les cases sont vertes.

1. Le niveau 1 se joue sur un carré composé de 4 cases.

a	b
c	d

Proposer une suite de coups permettant de gagner en un minimum de coups. La décrire avec les lettres identifiant les cases touchées.

2. Le niveau 2 se joue sur un carré composé de 9 cases.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Proposer une suite de coups permettant de gagner en un minimum de coups. La décrire avec les lettres identifiant les cases touchées.

Exercice n°7**Le jeu des cavaliers****8 points**

Le joueur dispose d'une grille de 8 colonnes sur 4 rangées et de 4 réglettes (les « cavaliers ») numérotées de 1 à 4. On a représenté ci-contre les cavaliers n°1, n°2, n°3 et n°4.

Le cavalier n°4 est constituée de 5 cases, la première et la dernière portent le chiffre 4 et les cases centrales sont vides.

1	1			
2	/	2		
3	/	/	3	
4	/	/	/	4

Il s'agit de placer tous les « cavaliers » sur la grille sans chevauchement tel qu'il n'y ait qu'un cavalier par ligne et qu'un seul chiffre par colonne. Voici un exemple de position convenable :

4	/	/	/	4			
		3	/	/	3		
	2	/	2				
						1	1

Cette solution est représentée par le nombre suivant : 42324311.

- Quelles sont les autres solutions avec une grille de 8 colonnes et 4 rangées avec des cavaliers numérotés de 1 à 4 ?
- On dispose maintenant d'une grille de 10 colonnes et 5 rangées avec des cavaliers numérotés de 1 à 5. Quelles sont les solutions possibles ?
- On dispose ensuite d'une grille de 12 colonnes et 6 rangées avec des cavaliers numérotés de 1 à 6. Quelles sont les solutions possibles ?

Exercice n°8**De dé en dé****8 points**

- Michel lance deux dés cubiques non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Il fait la somme des deux nombres obtenus et obtient logiquement un nombre entre 2 et 12. Quelles sont les probabilités de toutes les sommes possibles ?
- Jean-Éric joue avec deux autres dés cubiques non truqués mais numérotés différemment, l'un des deux porte les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 et 4 sur ses faces. Sachant qu'en lançant ses deux dés, il obtient les mêmes sommes possibles que Michel avec les mêmes probabilités, quels sont les nombres entiers positifs portés par chacune des six faces de son autre dé ?

