

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - 2^o

Décembre 2011

Formule « Groupes » Exercices 1, 2, 3 et 7

Formule « Classes » Exercices 1 à 8

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

Bon courage et rendez-vous le 20 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

La tablette numérique

5 points



Exercice n°2

Le prix du \$

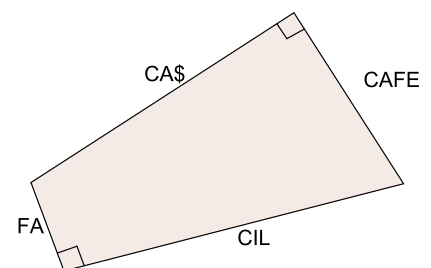
5 points

Dès l'antiquité, les Babyloniens, les Perses et les Grecs substituaient aux lettres les nombres correspondant à leur rang dans l'alphabet.

La figure ci-contre, dans laquelle la valeur de chaque mot représente la longueur du côté correspondant, a été codée par un procédé analogue.

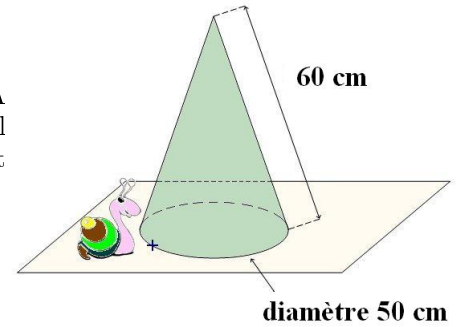
Par exemple, **ECU** vaut $5 + 3 + 21$, c'est à dire 29.

Quelle est la lettre remplacée par \$?



Exercice n°3**De quoi en baver !****8 points**

Pour signaler des travaux sur le bord d'une route, on y a placé des cônes. A la base de l'un d'eux, représenté ci-contre, se prélassait un escargot. Le soleil devenant trop ardent, il décide de rejoindre le point de la base diamétralement opposé en parcourant sur le cône la plus courte distance possible.



1. Dessiner un patron de ce cône à l'échelle 1/10.
2. Représenter, sur ce patron, la trace laissée par l'escargot.
3. Calculer, à un millimètre près, la longueur réelle de cette trace.

Exercice n°4**Code secret****5 points**

Dans ce codage, chaque lettre est remplacée par ses coordonnées obtenues grâce à la clé dans la grille. Pour coder un message avec la clé secrète MATHS, il faut commencer par supprimer la ponctuation puis associer à chaque lettre du texte ses coordonnées dans la grille. On a ainsi : a=MM, b=MA, c=MT ...

Si on a besoin d'utiliser la lettre W, on la remplacera par la lettre V.

clé	M	A	T	H	S
M	a	b	c	d	e
A	f	g	h	i	j
T	k	l	m	n	o
H	p	q	r	s	t
S	u	v/w	x	y	z

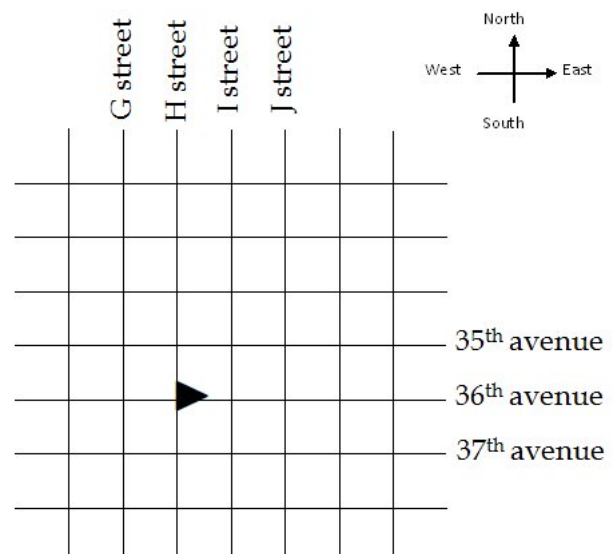
1. Avec la clé MATHS.
 - (a) Coder le message suivant : Pythagore est philosophe
 - (b) Décoder le message suivant : TSTH MSHHHS MAAHMSTH MSTH MMSMHSTSTTTTHMS
2. On a choisi un autre mot clé que MATHS.
Le message codé de la question 2 devient : YNYO RNOOON RAAORNYO RNYO RRNRONYNYYYORN
Quel était le mot clé ?

Exercice n°5**Joe's walk****8 points**

Joe is at the corner of H street and 36th avenue.
He is looking towards the East.

He moves forward two blocks and turns left ;
then he moves forward three blocks and turns left ;
then one block and turns left again ;
then one block and turns right ;
then one block and turns left ;
and finally, forward one more block.

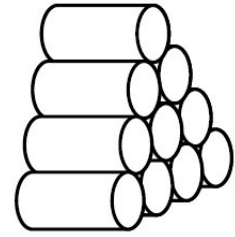
He starts these steps over again 2011 times.
At which crossing is he standing ?



Exercice n°6**Bigoudis****8 points**

Une coiffeuse prépare ses dix bigoudis de 4 cm de diamètre en les empilant sur une table comme sur le dessin ci-contre.

Quelle est la hauteur de la pile des bigoudis ?

**Exercice n°7****Réfléchir avant de foncer****8 points****Règlement de la course de VTT**

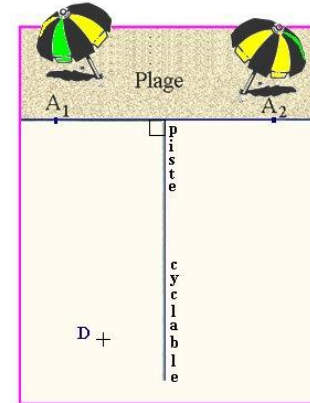
Les concurrents doivent relier le point de départ D au point d'arrivée de leur choix A_1 ou A_2 . Le parcours se déroule sur un terrain plat et libre de tout obstacle mais chaque compétiteur doit parcourir exactement 500 m sur la piste cyclable.

Le dessin n'est pas à l'échelle.

D est à 2000 m de la piste cyclable et à 5400 m de la plage.

A_1 et A_2 sont au bord de la plage, à 5000 m chacun de la piste cyclable.

Calculer la longueur du trajet minimum, arrondie au mètre.

**Exercice n°8****Le logo du mecène****8 points**

Flip possède une planche à voile. La voile qui équipe sa planche a la forme d'un triangle ABC rectangle en A avec $AB = 4,2$ m et $AC = 1,8$ m.

Pour pouvoir participer à la célèbre régates de Pleumeur-plage, il décide de porter les couleurs du Rallye mathématique du Centre.

Le logo du mecène a une forme rectangulaire (le rectangle $MNPA$ sur le dessin avec $N \in [BC]$, $M \in [AB]$, $P \in [AC]$).

1. Quelle est l'aire du rectangle $MNPA$ lorsque $BM = 1$ m ?
2. Quelle est l'aire du rectangle $MNPA$ lorsque $BM = 3$ m ?
3. Quelles doivent être les dimensions du rectangle $MNPA$ pour que le logo ait une aire maximale ?

